Όταν τα συστήματα σμίγουν

1. Η Agrippine πετά την πέτρα. Το γεγονός αυτό είναι ισοδύναμο με μια εκτίναξη:

βάρκα - Agrippine πέτρα

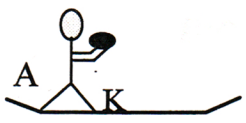
Η πέτρα και το σύστημα [βάρκα - Agrippine] μετακινούνται σε αντίθετη κατεύθυνση και έχουν αντίθετες ορμές $\Sigma\vec{P} = \vec{p} + \vec{p} = 0$

2. Η πέτρα κυλά πάνω στο πάτωμα της βάρκας και σταματά. Το γεγονός αυτό είναι ισοδύναμο με μια συνένωση.

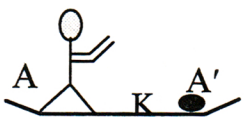
Η πέτρα και το σύστημα [βάρκα - Agrippine] είναι 'πιασμένα' το ένα με το άλλο. Επειδή έχουν αντίθετες ορμές, το συνολικό σύστημα [πέτρα- βάρκα - Agrippine] παραμένει ακίνητο.

Τίποτα δεν επιδρά στο σύστημα. Το κέντρο βάρους του Κ, δεν κινήθηκε σε σχέση με τη Γη. Όπως η πέτρα βρίσκεται τώρα πιο δεξιά από ό,τι στην κατάσταση Σ_1, η βάρκα και η Agrippine, που ήταν μαζί κατά τη διάρκεια της μετακίνησης της πέτρας, βρίσκονται τώρα λίγο προς τα αριστερά, έτσι ώστε το κέντρο βάρους του συστήματος να παραμένει αμετάβλητο (Σ_4).

Σ_1

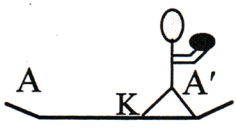


Σ_4



3. Η μετακίνηση της Agrippine στην ίδια κατεύθυνση μ' αυτήν της πέτρας, έχει τα ίδια αποτελέσματα μ' αυτά της μετακίνησης της πέτρας. Ενισχύει την κίνηση της βάρκας προς τα αριστερά, έτσι ώστε το κέντρο βάρους του συνόλου να μη μετακινείται.

Σ_6

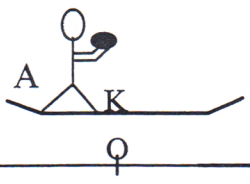


4. Η κοινή μετακίνηση της Agrippine και της πέτρας, σε φορά αντίθετη αυτής των πρώτων γεγονότων, έχει παρόμοια αποτελέσματα, αλλά με φορά αντίθετη για τη μετακίνηση της βάρκας. Το σύνολο, λοιπόν, επανέρχεται στην αρχική του θέση και παραμένει ακίνητο (Σ_6).

Αλγεβρική ανάπτυξη

Περιγραφή αντικειμένων:

	Μάζα	Ταχύτητα (/Γη)
πέτρα	m	v
Agrippine	m'	v'
βάρκα	M	V



1. Πέταγμα της πέτρας (από Σ_1 ως Σ_4).

Η διατήρηση της ορμής επιβάλλει:

$\Sigma\vec{P}_{\pi\rho\iota\nu} = \Sigma\vec{P}_{\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}}$, δηλαδή, $0 = m\vec{v}+(m'+M)\vec{V}$

$$\vec{V} = -\frac{m}{m+M}\vec{v}, \qquad V = \frac{m}{m+M}v$$

Υπολογισμός του χρόνου πτήσης t της πέτρας ως προς τη βάρκα. Απλοποιώντας λίγο την κατάσταση, υποθέτουμε ότι η πέτρα εγκαταλείπει το χέρι της Agrippine και σε χρόνο t αγγίζει το πάτωμα της βάρκας και ακινητοποιείται ως προς αυτήν. Στον ίδιο χρόνο, η βάρκα ακινητοποιείται ως προς τη Γη. Ο χρόνος πτήσης εξαρτάται από το μήκος της βάρκας (L) και από την ταχύτητα της πέτρας ως προς τη βάρκα.

Για την ταχύτητα της πέτρας ως προς τη βάρκα ισχύει:

$\overrightarrow{\text{Ταχύτητα}}$ (πέτρας/βάρκα)=$\overrightarrow{\text{Ταχύτητα}}$ (πέτρας/Γη)+$\overrightarrow{\text{Ταχύτητα}}$ (βάρκα /Γη),

ή Ταχύτητα (πέτρας/βάρκα) = v+V.

Ο χρόνος πτήσης είναι: $t_V = \dfrac{L}{\text{ταχύτητα πέτρας/βάρκας}} = \dfrac{L}{v+V}$, και η μετακίνηση l της βάρκας προς τα αριστερά με σταθερή ταχύτητα ως προς τη Γη είναι:

$$l = V.t_V = V\frac{L}{v+V} = L\frac{V}{v+V} = L\frac{m}{m+m'+M}$$

Τελικά, κατά την κίνηση της πέτρας προς τα δεξιά, η οπισθοχώρηση της βάρκας προς τα αριστερά εξαρτάται από δύο παράγοντες:

α) *το μήκος της βάρκας*: όσο μεγαλύτερη είναι η βάρκα, τόσο μεγαλύτερος είναι ο χρόνος πτήσης της πέτρας και άρα η οπισθοχώρηση της βάρκας μεγαλύτερη,

β) *το λόγο δύο μαζών*: από τη μια, τη μάζα της πέτρας που η μετακίνησή της προκαλεί τη μετακίνηση άλλων αντικειμένων (εδώ, της βάρκας και της Agrippine), και από την άλλη, τη μάζα του συνόλου των αντικειμένων.

Η μετατόπιση της βάρκας δεν εξαρτάται από την ταχύτητα εκτόξευσης της πέτρας (v). Αυτή η ταχύτητα v συμμεταβάλλεται με τη V αλλά μεταβάλλεται αντίστροφα με το χρόνο πτήσης t, οπότε έχουμε συμψηφισμό που κάνει τη μετατόπιση της βάρκας ανεξάρτητη από την ταχύτητα εκτόξευσης της πέτρας.

(Τάξη μεγέθους της μετακίνησης: Επιλέγοντας L=5m, m=20Kg, m'=50Kg, M=130Kg, η μετακίνηση της βάρκας είναι 50cm προς τα αριστερά.)

2. Η μετατόπιση της Agrippine (από Σ_4 ως Σ_6).

Είναι τελείως άσκοπο να ξανακάνουμε υπολογισμούς, είναι ίδιοι όπως και προηγουμένως. Η μετακίνηση είναι:

$l' = L\dfrac{m}{m+m'+M}$, οπότε αριθμητικά l'=125cm.

Η μετακίνηση αυτή προστίθεται στην πρώτη και δίνει τη συνολική:

$l + l' = L\dfrac{m+m'}{m+m'+M}$, δηλαδή συνολική μετακίνηση 175cm.

3. Η επιστροφή της Agrippine με την πέτρα θα προκαλέσει μια μετακίνηση της βάρκας l+ l ' αλλά προς την αντίθετη κατεύθυνση, προς τα δεξιά.

Τελικά, η βάρκα επιστρέφει στην αρχική της θέση, αυτή που είχε στη Σ_1.