ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΔΒ Μ. Ε.

Δικαιουλάκος Βασίλειος

Αριστομένους 65, τηλ. 27210 86210 www.dikaioulakos.gr

ΜΕΛΟΣ ΟΜΟΣΠΟΝΔΙΑΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΩΝ ΦΡΟΝΤΙΣΤΩΝ ΕΛΛΑΔΟΣ Ο.Ε.Φ.Ε.

Μελέτη - Σχόλια για το Θέμα Γ4

Πανελλήνιες Εξετάσεις Φυσικής Θετικής και Τεχνολογικής Κατεύθυνσης Γ' Λυκείου

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΘΕΜΑΤΩΝ:

Δικαιουλάκος Βασίλης, Τσούνης Βασίλης

Αρχικά ας βρούμε τη συνάρτηση $a_{γων} = f(φ)$, της επιτάχυνσης του συστήματος «ράβδος –σφαιρίδιο» με τη γωνία στροφής $φ$ της ράβδου από την αρχική της θέση. Εργαζόμενοι στη θέση της ράβδου με γωνιακή απόκλιση φ (σχήμα 1) έχουμε: $Στ = Ia_{γων} \Rightarrow$

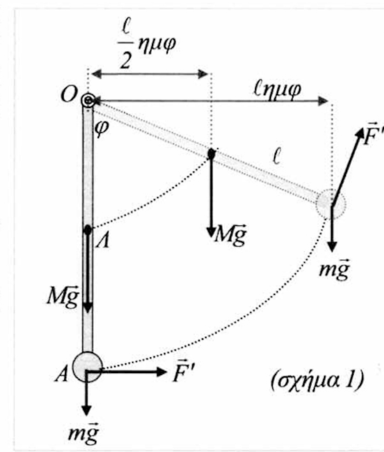
$F'\ell - Mg\frac{\ell}{2}ημφ - mg\ell ημφ = Ia_{γων}$

και με αντικατάσταση των δεδομένων παίρνουμε $a_{γων} = 20\sqrt{3} - 40ημφ\ (S.I)$

Η γωνιακή επιτάχυνση μηδενίζεται στις θέσεις… $a_{γων} = 0 \Rightarrow 20\sqrt{3} - 40ημφ = 0$

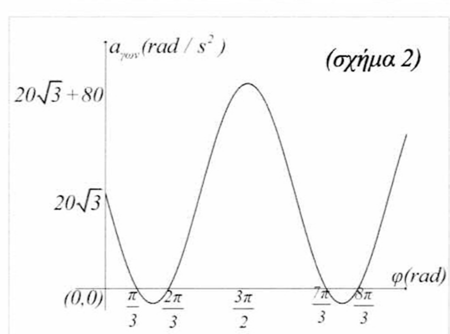
$\Rightarrow ημφ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow φ = 2κπ + \frac{π}{3}$ και

$φ = 2κπ + \frac{2π}{3}$.



(σχήμα 1)

Κάνουνε την γραφική παράσταση της $a_{γων} = f(φ)$… (σχήμα 2).

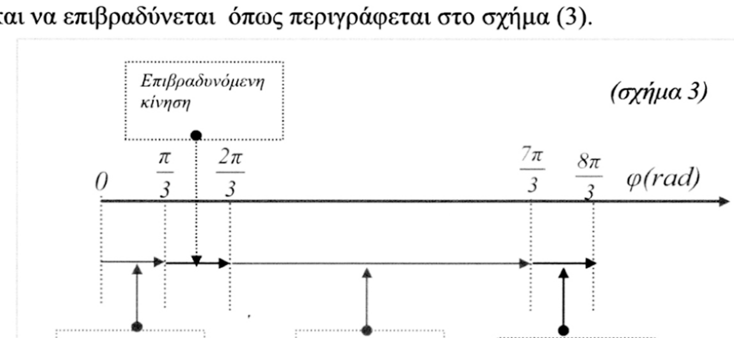


(σχήμα 2)

Παρατηρούμε ότι από διάστημα από $[0, \frac{π}{3} rad)$ η κίνηση είναι επιταχυνόμενη και από $(\frac{π}{3}, \frac{2π}{3} rad)$ η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη. Εδώ πρέπει να ελεγχθεί αν στο επιβραδυνόμενο τμήμα της κίνησης $(\frac{π}{3}, \frac{2π}{3} rad)$ μηδενίζεται η κινητική ενέργεια, οπότε δεν θα συνεχίζεται η άνοδος και το ένα και μοναδικό μέγιστο της κινητικής ενέργειας θα ήταν στην θέση $φ = \frac{π}{3} rad$.

[Αυτό το σημείο δυστυχώς δεν πρόσεξε η επιτροπή των εξετάσεων και είχαμε τα … γνωστά αποτελέσματα]

Όπως φαίνεται στην ενεργειακή μελέτη (που γίνεται στη συνέχεια) η ράβδος περνάει από την θέση $φ = \frac{2π}{3} rad$ και συνεχίζει να επιταχύνεται και να επιβραδύνεται όπως περιγράφεται στο σχήμα (3).



(σχήμα 3)

Από $φ = 0\, rad$ έως $φ = \frac{π}{3} rad$ η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, από $φ = \frac{π}{3} rad$ έως $φ = \frac{2π}{3} rad$ η κίνηση γίνεται επιβραδυνόμενη, από $φ = \frac{2π}{3} rad$ έως $φ = 2π + \frac{π}{3} rad$ πάλι επιταχυνόμενη, από $φ = 2π + \frac{π}{3} rad$ έως $φ = 2π + \frac{2π}{3} rad$ πάλι επιβραδυνόμενη … και συνεχίζεται με την ίδια «ομοιομορφία». Γενικά

- Στο διάστημα $2κπ + \frac{2π}{3} < φ < 2(κ+1)π + \frac{π}{3}$ είναι επιταχυνόμενη.
- Στο διάστημα $2κπ + \frac{π}{3} < φ < 2κπ + \frac{2π}{3}$ είναι επιβραδυνόμενη.

Μελετάμε ενεργειακά το πρόβλημα για μετατόπιση από $φ = 0\, rad$ έως μια τυχαία θέση σε γωνιακή απόκλιση $φ rad$ (σχήμα 4).

Θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας…

$ΔK = W_{F'} + W_{Mg} + W_{mg} \Rightarrow K = F'\ell φ - Mg(\frac{\ell}{2} - \frac{\ell}{2}συνφ) - mg(\ell - \ell συνφ) \Rightarrow$

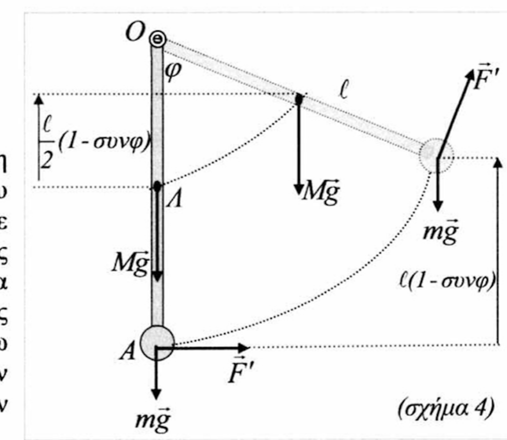
$K = F'\ell φ - Mg\frac{\ell}{2}(1-συνφ) - mg\ell(1-συνφ)$ και με αντικατάσταση παίρνουμε

$K = 9\sqrt{3}φ - 18(1-συνφ)\ (S.I)$

Για $φ = \frac{π}{3} rad$, $K = 7,32J$

Για $φ = \frac{2π}{3} rad$, $K = 5,65J$

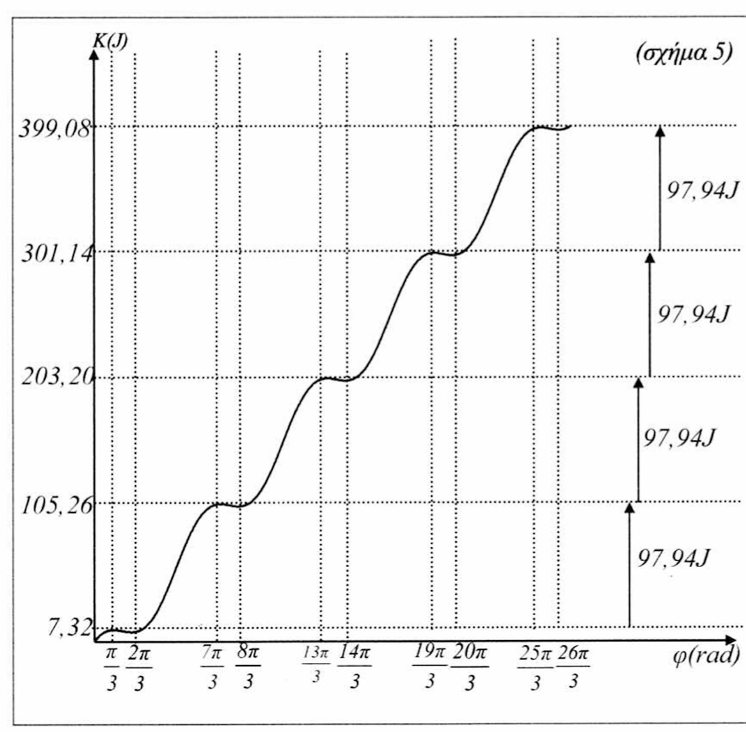
Για $φ = π rad$, $K = 12,97J$



(σχήμα 4)

Για κάθε πλήρη στροφή η κινητική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται σε τιμή ίση με το έργο της δύναμης F', αφού τα βάρη είναι δυνάμεις συντηρητικές και μέσω των έργων τους δεν προσφέρεται ενέργεια την κλειστή αυτή διαδρομή.

Το έργο της F' σε μια πλήρη περιστροφή είναι $W = F'\ell 2π = 97,94J$



(σχήμα 5)

Στο σχήμα (5) φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $K = f(φ)$, της κινητικής ενέργειας του συστήματος σε συνάρτηση με την γωνία στροφής. Στη γραφική αυτή παράσταση φαίνεται ότι η κινητική ενέργεια

- Στο διάστημα $2κπ + \frac{2π}{3} < φ < 2(κ+1)π + \frac{π}{3}$ η κινητική ενέργεια αυξάνεται και όλα τα τοπικά της μέγιστα λαμβάνονται όταν έχει διαγράψει από την αρχή γωνιακή μετατόπιση $φ = 2λπ + \frac{π}{3}$ με $λ = 0,1,2,3,...$ *Δηλαδή όλα τα τοπικά μέγιστα της κινητικής ενέργειας συμβαίνουν στην ίδια θέση στην οποία η ράβδος σχηματίζει με την κατακόρυφη γωνία $φ = \frac{π}{3}$!!!*

[Το σημείο αυτό των διαδοχικών τοπικών μεγίστων δυστυχώς δεν πρόσεξε η Επιτροπή Εξετάσεων και είχαμε …ότι είχαμε!]

Η εκφώνηση του θέματος ήταν «Βρείτε τη γωνία που σχηματίζει η δοκός με την κατακόρυφο τη στιγμή που η κινητική της ενέργεια γίνεται μέγιστη» .

Προφανώς θα έπρεπε:

- Να δοθεί μικρότερη τιμή της F' ώστε να μην γίνεται ανακύκλωση και να υπάρχει ένα και μοναδικό μέγιστο της κινητικής ενέργειας, ή
- να καταργείται η δύναμη σε κάποια θέση της επιβραδυνόμενης κίνησης, ή
- να ζητείται η θέση του 1ου τοπικού μέγιστου ή γενικά των τοπικών μεγίστων της ενέργειας.